■　B スプライン曲線

B スプライン曲線は制御点$\{P_i\}$とノット列$\{t_i\}$によって定義される。複数の多項式曲線を接続して 1 本の曲線としたものであり、接続点でのパラメータの値をノット列で指定する。

L 個のセグメントから構成される n 次の B スプライン曲線は、制御点$\mathbf{P}_0, \ldots, \mathbf{P}_{n+L-1}$に基づいて次式で表される（制御点の数は n+L 個）。

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{i=0}^{n+L-1} N_i^n(t)\mathbf{P}_i$$

ただし、パラメータ t の動く範囲はt_nからt_{n+L}まで。

n 次の B スプライン基底関数$N_i^n(t)$は次式で表される。

$$N_i^n(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+n} - t_i} N_i^{n-1}(t) + \frac{t_{i+n+1} - t}{t_{i+n+1} - t_{i+1}} N_{i+1}^{n-1}(t)$$

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 \ (t_i \leq t < t_{i+1}) \\ 0 \ (t < t_i \, , t \geq t_{i+1}) \end{cases}$$

上式のように、基底関数はノット値によって定まり、再帰的に求まる。つまり、3 次の基底関数を求めるには 2 次の基底関数を求める必要があり、2 次の基底関数を求めるには 1 次の基底関数を求める必要がある。

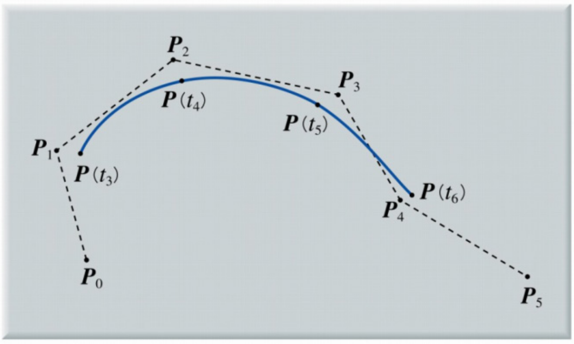
★　ノットが重なる（分母の値がゼロになる）時には、その項の値をゼロとして処理する。

ノット値の間隔を一定にしたものを「一様 B スプライン曲線」とよぶ。ノット列を

$$(\mathrm{t}_0, \mathrm{t}_1, \mathrm{t}_2, \mathrm{t}_3, \mathrm{t}_4, \mathrm{t}_5, \mathrm{t}_6, \mathrm{t}_7, \mathrm{t}_8, \mathrm{t}_9) = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

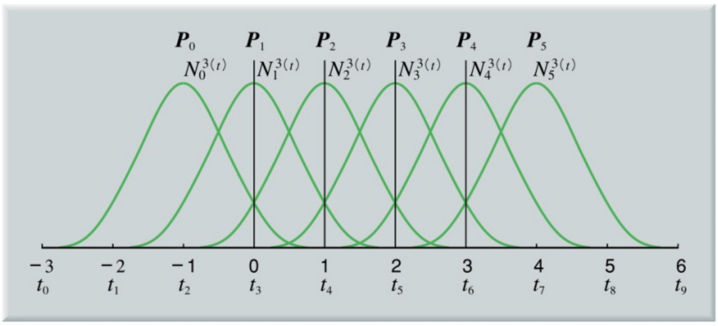
としたとき、一様 3 次 B スプライン曲線および基底関数のグラフは下図のようになる。

■図3.27——一様3次Bスプライン曲線



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.28——一様3次Bスプライン基底関数のグラフ



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■　NURBS 曲線（Non-Uniform Rational B-Spline curve）

制御点$\{P_i\}$とノット列$\{t_i\}$、および各制御点に対する重み$\{w_i\}$によって定義される（すべての重みを等しくすると、通常の B スプライン曲線となる）。

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^{n+L-1} w_i N_i^n(t)\mathbf{P}_i}{\sum_{i=0}^{n+L-1} w_i N_i^n(t)}$$

$$(t_n \leq t \leq t_{n+L})$$

NURBS 曲線は 2 次曲線を再現できる。