

立体断面の格子状組み合わせによる180度型折り紙建築模型の設計支援

Computer Aided Design for 180-degree Flat Fold Origamic Architecture with Lattice-type Cross Sections.

三谷 純 Jun MITANI

鈴木 宏正 Hiromasa SUZUKI

概要

本稿では180度型折り紙建築の作成を計算機で支援する手法を提案する。折り紙建築とは3次元形状を所謂「ポップアップカード」で表現する手法であり、紙で作られた3次元形状を2つ折りで平面へ折り畳むことができるという特徴をもつ。本稿では特に180度を開いたときに立体が立ち上がるものを対象としている。紙に切り込みを入れ、互いに格子状に組み合わせて作成した立体は平面へ折り畳むことができることを利用し、台紙の開閉によって立体の立ち上げと折り畳みを行う。本稿ではこのような180度型折り紙建築の仕組みをまとめ、それを計算機で設計支援する手法を提案する。本手法では既存のポリゴンデータから断面形状を取得し、各断面に切り込みを入れることで、折り紙建築の展開図と配置図を自動生成する。これらをPC上に実装し、実際に工作を行うことでその有効性を確認した。

キーワード：CG / 空間幾何学 / 折り紙建築 / 形状モデリング

Abstract

We propose a new method to design the unfolded patterns of 180-degree flat fold Origamic Architecture models. The Origamic Architecture is a piece of folded paper from which a three dimensional structure “pops up” when it is opened. It sounds like the “Pop Up story book”. The 180-degree flat fold Origamic Architecture consists of pieces of paper. Each pieces has slits for connection and figure of the cross sections of a 3 D model. The pieces are combined to form a lattice structure when they are viewed from the top. Such lattice structures can be folded when they consists of parallel links. It shows that the Origamic Architecture can be folded. In our method, we calculate the cross sections of a 3 D polygonal model first, and then place slits for combination on them. The unfolded patterns and layout drawings are generated on a base-board automatically. We implemented a system based on this method and demonstrated its usefulness for creating 180 degree flat fold Origamic Architectures.

Keywords : CG / 3 D geometry / Origamic Architecture / Modeling

1. はじめに

「折り紙建築」とは3次元形状を所謂「ポップアップカード」で表現する手法であり、茶谷正洋氏によって考案された紙工作の手法^[1]である。3次元形状を紙で表現し、それを2つ折りで平面へ折り畳むことができるという特徴をもつ。また、折り畳まれたものを開くことで、再び3次元形状を立ち上げることができる。折り紙建築には主に90度を開いたときに形が立ち上がるものと、180度を開いたときに形が立ち上がるものがある。以降ではそれぞれを90度型、180度型と呼ぶ。また、稀ではあるが製作者の創意工夫で作成された360度型のものも存在する^[2]。

折り紙建築の技法は、立体を平面へ折り畳むことができ持ち運びが便利であるため、グリーティングカードや飛び出す絵本などに広く用いられている。しかし「2つ折りで折り畳める」という厳しい形状の制約があるため、その設計には図形の知識と経験が必要とされ、現在は熟練者の手による試行錯誤によって作成されている。

筆者らは90度型のものについて、ボクセル表現を用いることで、図1のような折り紙建築をPC上で容易に設計できる手法を提案した^[3,4]。しかしこの手法は1枚の紙から作成できることを前提としているため、複数の部品を組み合わせて作成する180度型のものに適用することはできない。本稿では特に図2に示すような、格子状に組み合わさった紙で立体の形を表現する180度型の折り紙建築を計算機で設計するための手法を提案す

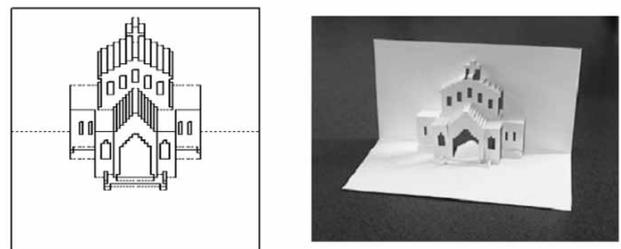


図1. 90度型折り紙建築の作品例
(左：展開図 右：90度を開いた様子)

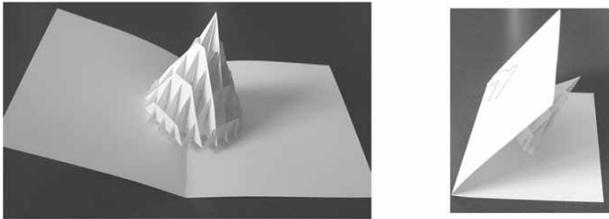


図2．180度型折り紙建築の作品例
(左：台紙を開いた様子 右：台紙を閉じている様子)

る．180度型の折り紙建築の作品例は文献[5]で多数紹介されている．

2．180度型折り紙建築の構造

90度型の折り紙建築は1枚の紙で作成できるため，その仕組みを理解しやすいが，180度型の場合は複数の紙の部品を組み合わせて形を作るため，折り畳みと立ち上がりの仕組みを直感的に理解しにくい．本章では，この180度型の折り紙建築の仕組みをまとめる．

2.1 平行リンクと折り畳み

平行リンクは機械部品の一部によく用いられる機構であり，関節を回転させることで，4つのリンクで構成される平行四辺形を長方形から直線へ変形させることができる(図3)．また，これらが複数組み合わせられた場合でも，各リンクが平行に配置されていれば，同じように変形できる(図4)．

紙片に切り込みを入れ，これを図5のように互い違いに組み合わせれば，上方から見たときに，紙を剛体のリンクとみなし，切り込み部を回転の自由度を持つ関節とみなすことで，上記のリンク構造を構成することができ

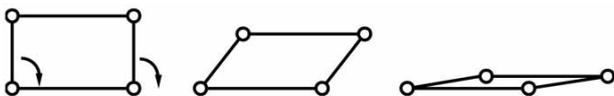


図3．平行リンクと折り畳み

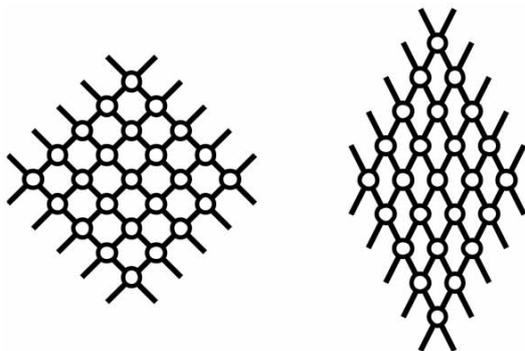


図4．リンク機構の格子状の組み合わせ

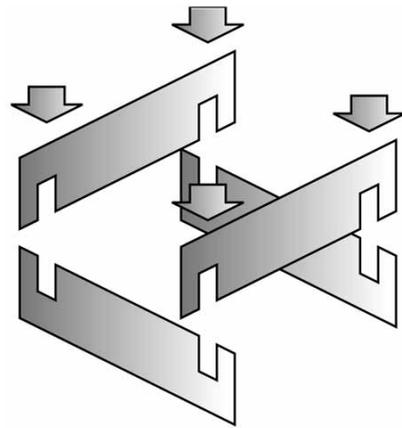


図5．紙片による平行リンク

る(以降，このように切り込みの入った紙の部品を単に「パーツ」と呼ぶこととする)．従って，このパーツの集合で対象とする立体の形を表現できれば，折り畳みと立ち上がりの変形が可能な立体形状を作成できる．

2.2 台紙への固定

前節で述べたように，互いに組み合わせたパーツによって平行リンクを構成することで，平面へ折り畳める立体を作成できる．180度型折り紙建築では，この立体を台紙に固定することで，台紙の開閉に伴って立体の折り畳みと立ち上がりが行われる．

ここで，格子状に構成された立体をどのように台紙に固定すればよいか問題となる．図6は最も単純な四角柱を台紙に固定し，台紙と共に折り畳んだ写真であり，図7はその様子を模式的に表したものである．この例では，図6の四角柱の奥側に位置する2面の底辺(図7の

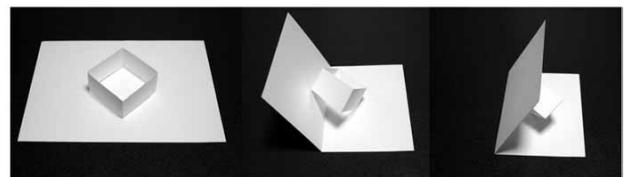


図6．四角柱の例

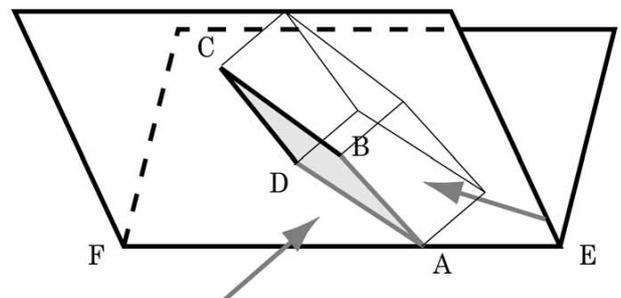


図7．四角柱の折り畳み

AB と AD) を台紙に固定すればよい。四角柱の底面を成す点 A, B, D は常に台紙に固定されているが, 点 C は台紙が開じられるにつれ, 最初に存在していた辺 EF 上から離れてゆく。この動きにより, 四角柱は台紙を開じると平面へ折り畳まれる。逆に, 台紙を開くことで閉じられた四角柱が立ち上がる。図 7 の AB と AD のように, 台紙に固定すべき 2 辺を以降では固定軸と呼ぶこととする。

上記の例を参考にすると, 図 4 のように上方から見た時に格子状になっている格子立体は, 図 8 の黒丸で表されるような固定軸上の点を台紙に固定することで, 折り畳みと立ち上がりを行えることがわかる。なぜならば, 図 8 の格子によって形成される形状は図 7 に記したような固定軸で台紙に接する四角柱に内接するからである。

なお, 格子は平行リンクを構成すればよいため, 直交していなくても構わない。また, パーツの間隔は一定でなくてもよい。

格子状に組み合わされた立体が必ずしも図 6 のような正方形 (平行四辺形) にならない場合は, 図 9 のように最も左側, 及び最も上側の点を固定点として選び, その点を通る水平, 垂直な線の交点を台紙の折れ線上の点 (図 7 の点 A) とすることで, 図 8 の例と同じように折り畳むことができる。つまりこれは, 対象とする形状を内包する四角柱を求め, そのうちの 2 辺を固定軸として選んだことに等しい。固定点は図 7 の AB, AD 上に少なくとも 1 つずつ存在すれば立体を台紙に固定することができる。

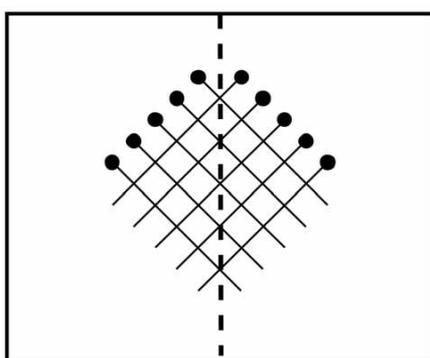


図 8 . 格子状の立体の固定点

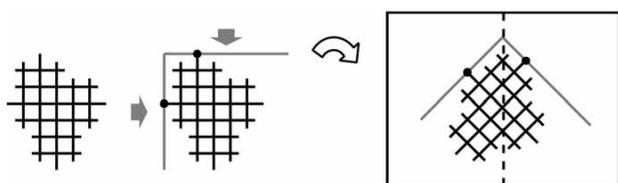


図 9 . 任意形状に対する固定点の決定

なお, 実際に工作するときには, 図 8, 9 のようにパーツを「点」で台紙に固定するには次のように糸を用いるとよい。

- ・台紙上の固定する場所に糸の通る穴を開ける。
- ・パーツの固定する点に糸をノリなどで固定する。
- ・パーツに付けた糸を台紙の穴に通し, 台紙の裏側からその糸を固定する。

3 . 計算機による設計支援

前章で述べた 180 度型折り紙建築で, 目的とする形状を表現するためのパーツを人の手による試行錯誤で作成するのは容易ではない。そこで本稿では, これらの設計を計算機で支援する手法を提案する。本稿で提案する手法では, コンピュータグラフィックスでよく用いられるポリゴンデータを読み込み, その断面を計算することで, 対象とする形状が立ち上がる折り紙建築の展開図と配置図の生成を行う。展開図は, 切り込みを持った各パーツの形状であり, 配置図は, そのパーツをどのように台紙に配置すればよいかを表すものである。本手法の流れは以下の通りである (図 10)。

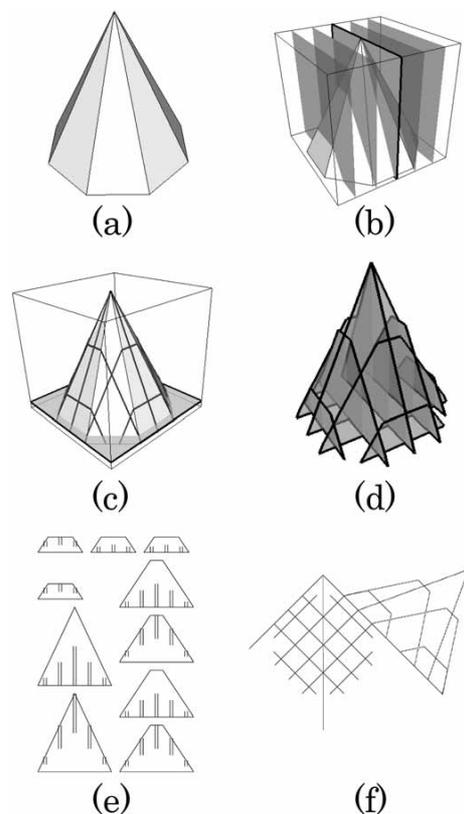


図 10 . 手法の流れ

- (a) ポリゴンデータの読み込み (b) 切断面の指定
(c) 台紙位置の指定 (d) 断面の算出
(e) 切り込みを生成した展開図の出力 (f) 配置図の出力

- (a) ポリゴンデータを読み込み表示する
- (b) 取得する断面の位置をユーザーが指定する
- (c) 台紙位置をユーザーが指定する
- (d) 断面を算出する
- (e) 切り込みの入った各パーツを生成する
- (f) 折り紙建築の配置図を生成する

3.1 ポリゴンデータの読み込み

本手法では既存のポリゴンデータから断面を取得し、それらの組み合わせで折り紙建築を作成する。立体形状の断面を得る必要があるため、内外の判定ができるよう、2多様体を用いるが、特に本稿では簡単のために球と同位相のものを対象とした。また、データはポリゴンデータの表現手法として一般的に用いられている三角形メッシュであるものとした。

3.2 断面の取得

切断する面の位置をユーザーが指定し、その面によって立体形状を切断する。その際に、互いに平行な複数の断面を同時に取得するものとする。また、簡単のために、本手法では交差する断面は互いに直交するものとした。断面の計算は、三角形メッシュモデルを構成する各面と切断面の交線を求め、端点の一致する交線同士をつなぐことで閉ループを得る。この閉ループが立体形状の断面であり、これを折り紙建築の1つのパーツとする。

3.3 切り込みの生成

前節で得たパーツについて、それぞれを組み合わせるための「切り込み」を生成する。切り込みはパーツ同士が交わる箇所に生成される。3次元空間に配置されたパーツ同士の交線を求めるのは容易でないが、最初に各パーツが乗る切断面同士の交線を求めることで、切断面上の2次元空間におけるパーツと直線の交線を求める問題に置き換えることができる(図11左)。パーツAが乗る平面 P_A と、パーツBが乗る平面 P_B の交線を L とすると、 L のうち、パーツA内に含まれる部分と、パーツB内に含まれる部分の共通部分がパーツAとパーツBの交線である。

パーツとパーツの交線を求めた後で、その交線上に一方を上方から、他方を下方から切り込みを生成する。切り込みの長さは、図11において $C_A + C_B = V_1 V_2$ を満たせばよいが、ここでは簡単のために $C_A = C_B = V_1 V_2 / 2$ とした。切り込みの幅には紙の厚みを考慮して1, 2ミリ程度を設けるとスムーズに折り畳みを行える。

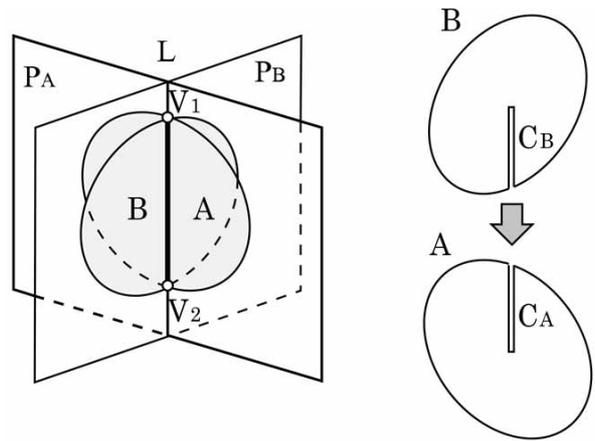


図11. 切り込みの生成

3.4 切り込み箇所の決定

切り込みによるパーツの組み合わせを行う際に、切り込みの入れ方によっては格子立体がうまく組み立てられない場合がある。例えば図12では、左の組み合わせでは問題無いが、右の組み合わせでは後から差し込むパーツが下に抜け落ちてしまうという問題がある。

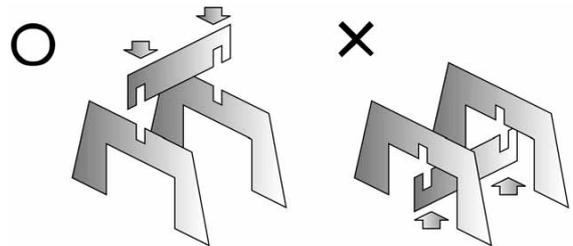


図12. 切り込みの生成方法によって生じる問題

この問題を回避するために、切り込みの生成には以下のアルゴリズムを用い、パーツの抜け落ちが起きないようにした。

1. パーツ番号の割り当て(次の順に各パーツに1から始まる番号を順番に割り当てる)
 - (a) 固定点が含まれるパーツに番号をつける
 - (b) まだ番号のついていないパーツについて、既に番号が割り当てられているパーツと交わる場合は番号を割り当てる
 - (c) まだ番号の割り当てられていないパーツが存在しなくなるまで(b)を繰り返す
2. それぞれの交線について、番号の小さいパーツは上側に、番号の大きいパーツには下側に切り込みをつける。

上記のアルゴリズムにより、固定点の含まれるパーツ（土台となるパーツ）の上に、順番にパーツが組み上げられるようになるため、図12右のような抜け落ちを防ぐことができる。

3.5 配置図の生成

折り紙建築を構成するパーツをどのように台紙に配置するかを示したものが配置図である。工作を行うときに、この配置図を参照してパーツの位置決めを行う。本手法では配置図として、図10(f)のように180度を開いたときにパーツが台紙に接する場所と、台紙を閉じたときにパーツが畳まれる場所、および固定軸を出力するものとする。

180度を開いたときにパーツが台紙に接する場所は、台紙位置を決定するとき（図10(c)）に、台紙平面と切断面の交線を取得すればよい。

台紙を閉じたときにパーツが畳まれる場所は次のようにして求めることができる。

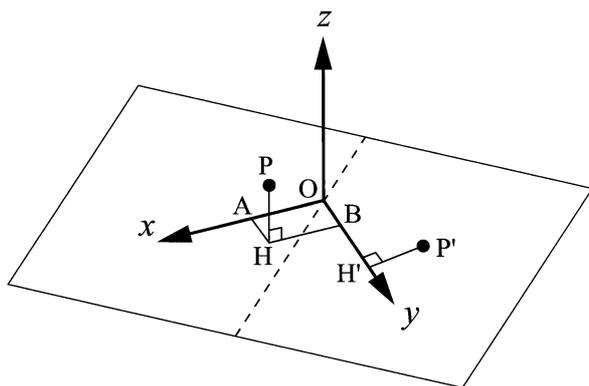


図13. 配置図の生成

図13のように、固定軸を x 、 y 軸、台紙に垂直な方向を z 軸とした場合、 x 軸が y 軸に重なるように台紙を折り畳んだときに、点 $P(x, y, z)$ は点 P' へ移動する。ここで、 $P'H' = PH = z$ 、 $OH' = OB + BH' = OB + BH = y + x$ より、 P' の座標は $(-z, x + y, 0)$ となる。

上記の関係式より、3次元でのパーツの座標値から配置図上の座標値を求めることができる。これを元に、台紙を閉じたときのパーツの場所を出力する。

4. 結果

前章で提案した手法を Pentium 1.2GHz、メモリ 512MB の PC 上に実装し、実際に折り紙建築を作成した。その結果を図14に示す。(a)は対象としたネコのポリゴンモデルで面数は3968である。(b)はユーザーが指定し

た切断面によって生成された断面を CG 表示したものである。切断面は6つ指定し、6つのパーツから成る。(c)は配置図、(d)は切り込みが生成された各パーツの展開図である。組み立て時にわかりやすいように、各パーツの識別番号と切り込みに差し込まれるパーツの番号が出力されている。(e)と(f)は実際に工作した折り紙建築の写真である。台紙を閉じると、立体形状がスムーズに折り畳まれ、台紙を開くと立体が立ち上がった。切断面の指定と切断の実行は対話的に行うことができた。

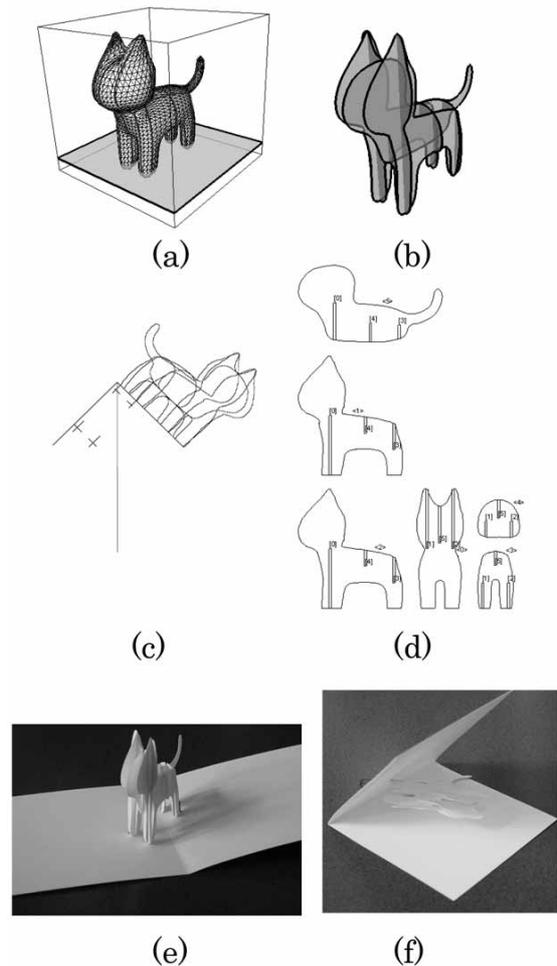


図14. 結果

- (a) 対象とするポリゴンモデル
- (b) ユーザーが指定した切断面によって生成された断面
- (c) 配置図 (d) 各パーツの展開図
- (e), (f) 作成した折り紙建築

5. 結論

格子状に組み合わさった紙で立体の形を表現する180度型の折り紙建築について、その仕組みをまとめた。また、CGの世界でよく用いられるポリゴンデータからこの折り紙建築の展開図を作成するための手法を提案し、それを PC 上に実装した。実装したシステムを用い、ポ

リゴンデータから展開図と配置図を生成し、実際に印刷物を工作することで、その有効性を確かめた。本手法を用いることで、従来は経験に基づく試行錯誤によって作られてきた180度型の折り紙建築を計算機で容易に設計できるといえる。

6. 今後の展望

本稿では球と同位相のポリゴンモデルのみを対象としたが、トーラスなど、異なる位相のポリゴンモデルへの拡張も可能である。また、形状によっては、作成した立体形状が台紙とぶつかってしまったり、折り畳んだときにパーツの一部が台紙からはみだしたりすることがあるため、これらの判定を組み込めれば、事前に修正を行うことが可能になる。

本稿では特に格子状に組み合わされたパーツによって立体を表現するものを対象としたが、折り紙建築にはこれ以外のパリエーションをもったものが各種存在するため、別のタイプの折り紙建築への対応も今後の課題である。

参考文献

- [1] 茶谷正洋, 折り紙建築虎の巻, 彰国社 (1985).
- [2] 茶谷正洋, 折り紙建築型紙集 - 2, 彰国社 (1986).
- [3] 三谷 純, 鈴木宏正, 木村文彦, 宇野 弘. “ボクセルを用いた「折り紙建築」形状の設計”, 2002年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (2002), p. 265.
- [4] 三谷 純, 鈴木宏正, 宇野 弘. “計算機による「折り紙」形状の設計支援”, 2002年度日本図学会大会学術講演論文集, (2002), pp. 35 - 40.
- [5] 茶谷正洋, 中沢圭子, とびだすペーパークラフト・7マジックハウス, 雄鶏社 (1994)

2003年 3月14日受付

みたに じゅん

東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 博士課程

1975年 6月28日生

経歴

2000年 東京大学大学院工学系研究科情報工学専攻修士課程修了, 同博士課程進学.

2003年 東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 転専攻, 現在に至る.

研究領域

コンピューターグラフィックス

論文・著書など

・計算機によるボクセルを用いた「折り紙建築」モデルの設計手法, 情報処理学会論文誌, Vol. 44, No. 5, pp. 1372 - 1373 (2003).

連絡先

mitani@cim.pe.u-tokyo.ac.jp

すずき ひろまさ

東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 教授 工学博士

1957年 5月7日生

経歴

1986年 東京大学大学院博士課程修了・工学博士

1987年 東京大学助手 (教養学部)

1988年 東京大学講師 (同)

1990年 東京大学助教授 (同)

1994年 東京大学助教授 (精密機械工学専攻)

2003年 東京大学教授 (同), 現在に至る.

研究領域

形状モデリング, CAD/CAM システム

論文・著書など

・Subdivision Surface Approximation of Data Points and Polygon Models, JSME Int. J, Series C, Vol. 45, No. 3, pp. 809-814 (2002).

・H. Suzuki, A. Rockwood, L. Kobbelt eds. Proc. Pacific Graphics 2001, The Ninth Conference on Computer Graphics and Applications, Tokyo, Japan, Oct. 16-18, 2001, IEEE Computer Science Press (2001)

連絡先

suzuki@cim.pe.u-tokyo.ac.jp